2019 / 2018 السنة الدراسية

جامعة الاخوة منتوري-قسنطينة

كلية العلوم والتكنولوجيا

السنة الثانية ST

امتحان استدراكي في مقياس الرياضيات 3

التمرين 01 (5 points)

احسب التكاملات التالية :

$$1)\ I = \iint_D \frac{x}{1+y^2}\,dx\,dy \quad ; D = \{(x,y) \in IR^2 ; 0 \le x \le 2 ;\ 0 \le y \le 1\}$$

$$2)\ J = \iint_D \frac{\cos(x^2+y^2)}{3+\sin(x^2+y^2)}\,dx\,dy \quad ;\ D = \{(x,y) \in IR^2 , x \ge 0 , y \ge 0 ;\ 1 \le x^2+y^2 \le 4\}$$

التمرين 02 (9 points)

لتكن f دالة زوجية 2π دورية:

$$f(x) = \begin{cases} 2x-3 \ ; & x \in [0,\pi] \\ -2x-3 \ ; & x \in [-\pi, 0[\end{cases}$$

1) ارسم منحنى f على $[-\pi,\pi]$

2) عين سلسلة Fourier الملحقة ل f

3) تحقق من شروط Dirichlet

4) استنتج مجموع سلسلة Fourier

5) احسب المجاميع

$$\sum_{k\ge1} \frac{1}{(2k+1)^2} \quad ; \quad \sum_{k\ge0} \frac{1}{(2k+1)^4}$$

تذكير : $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

التمرين 03 (6 points)

1) حل المعادلة التفاضلية باستعمال تحويلة Laplace :

$$\begin{cases} y'' + 4y = 2t \\ y(0) = 1 ;\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

5 points.

$$I_1 = \iint_D \frac{x}{1+y^2}\,dx\,dy$$

$D = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 / 0\le x\le 2 ;\ 0\le y\le 1\}$.

$$I_1 = \int_0^2 \left(\int_0^1 \frac{x}{1+y^2}\,dy\right) dx \quad 0{,}5$$

bien

$$I_1 = \int_0^1 \Big(\underbrace{\int_0^2 \frac{x}{1+y^2}\,dx}_{I_1'}\Big)\, dy$$

$$I_1' = \frac{1}{1+y^2}\int_0^2 x\,dx = \frac{1}{1+y^2}\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^2$$

$$I_1' = \frac{2}{1+y^2} \quad 1$$

$$I_1' = 2\int_0^1 \frac{1}{1+y^2}\,dy \quad 1$$

$$= 2\,\mathrm{Arctg}\,y\Big]_0^1 = 2\left(\frac{\pi}{4}-0\right) = \boxed{\frac{\pi}{2}}$$

$$I_2 = \iint \frac{\cos(x^2+y^2)}{3+\sin(x^2+y^2)}\,dx\,dy.$$

$D = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 / x\ge 0;\ y\ge 0;\ 1\le x^2+y^2\le 4\}$

$x = r\cos\theta$

$y = r\sin\theta$. 0,25

0,25 0,25

$D = \{(r,\theta)\in\mathbb{R}^2\ \ 0\le\theta\le\frac{\pi}{2};\ 1\le r\le 2\}$

$$f(x,y) = \frac{\cos(r^2)}{3+\sin(r^2)}. \quad 0{,}25$$

$dx\,dy = r\,dr\,d\theta \qquad r\neq 0$

0,25

hayet

$$D = \int_0^{\pi/2}\Big(\underbrace{\int_0^2 \frac{r\cos(r^2)}{3+\sin(r^2)}\,dr}_{I_2'}\Big)\,d\theta \quad 0{,}25$$

$$I_2' = \frac{1}{2}\int_1^2 \frac{2r\cos(r^2)}{3+\sin(r^2)}\,dr \quad 0{,}25 \quad 0{,}25$$

$$= \frac{1}{2}\left[\ln|3+\sin(r^2)|\right]_1^2 = \frac{1}{2}\ln\left|\frac{3+\sin(4)}{3+\sin 1}\right|$$

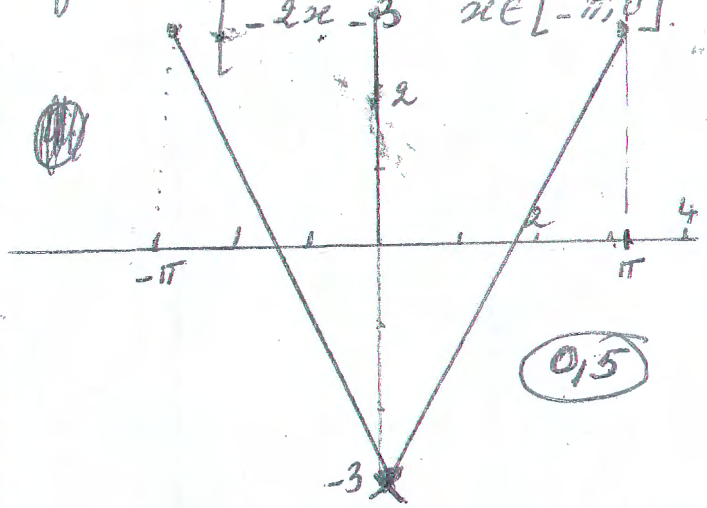
0,25

$$I = \frac{1}{2}\ln\left|\frac{3+\sin(4)}{3+\sin 1}\right|\int_0^{\pi/2} d\theta$$

$$I = \boxed{\frac{\pi}{4}\ln\left|\frac{3+\sin 4}{3+\sin 1}\right|} \quad 0{,}25$$

Exo2

$$f(x) = \begin{cases} 2x-3 & x\in[0,\pi] \\ -2x-3 & x\in[-\pi,0]. \end{cases}$$



0,5

0,25 $b_n = 0$ · f زوجية

$$a_0 = \frac{4}{T}\int_0^{T/2} f(x)\,dx = \boxed{2\pi - 6 = a_0} \quad 0{,}25 \quad 0{,}5$$

$$a_n = \frac{4}{T}\int_0^{T/2} f(x)\cos(nx)\,dx. \quad 0{,}25$$

$$a_n = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} (2x-3)\cos(nx)\,dx$$

$v' = \cos(nx) \quad v = \frac{1}{n}\sin(nx)$ (0,25)

$a_n = \frac{2}{\pi}\left[(2x-3)\frac{1}{n}\sin nx\right]_0^{\pi}$ ← (0,25)

$-\frac{2}{n}\int_0^{\pi}\sin(nx)\,dx$

$a_n = \frac{-2}{n}\left[\frac{-1}{n}\cos(nx)\right]_0^{\pi}\left(\frac{2}{\pi}\right)$ (0,25)

$\left(\frac{2}{\pi}\right)\frac{2}{n^2}\left((-1)^n - 1\right) = \frac{+4}{\pi n^2}\left((-1)^n-1\right)$ (0,25)

$a_{2k} = 0$ (0,25)

$a_{2k+1} = \frac{+4(-2)}{\pi(2k+1)^2} = \frac{-8}{\pi(2k+1)^2}$ (0,25)

سلسلة فورييه (0,25)

$\frac{a_0}{2} + \sum_{n\geq 1} a_n\cos(nx)$

$\frac{2\pi-6}{2} + \sum_{k\geq 0}\frac{-8}{\pi(2k+1)^2}\cos((2k+1)x)$ (0,25)

$(\pi-3) - \frac{8}{\pi}\sum_{k\geq 0}\frac{\cos((2k+1)x)}{(2k+1)^2}$

③ من الرسم (0,5)

لا يوجد مستقيمات مقاربة

ولا يوجد نقاط عمودية

شروط Dirichlet محققة

④ f مستمرة عند x (0,25)

$f(x) = \pi - 3 - \frac{8}{\pi}\sum\frac{\cos((2k+1)x)}{(2k+1)^2}$ (0,5)

⑤ نطبق Dirichlet في

أجل $x = 0$ (0,25)

$f(0) = -3$ (0,25)

$f(0) = \pi - 3 - \frac{8}{\pi}\sum_{k\geq 0}\frac{1}{(2k+1)^2}$

$-3 = \pi - 3 - \frac{8}{\pi}\sum_{k\geq 0}\frac{1}{(2k+1)^2}$ (0,25)

$\Rightarrow \boxed{\sum_{k\geq 0}\frac{1}{(2k+1)^2} = \frac{\pi^2}{8}}$ (0,5)

Parseval (0,5)

$\frac{a_0^2}{2} + \sum_{n\geq 1}a_n^2 = \frac{4}{T}\int_0^{T/2} f^2(x)\,dx$ (0,25)

$\frac{a_0^2}{2} + \sum_{n\geq 1}a_n^2 \;/\; a_n^2 = \frac{64}{\pi^2(2k+1)^4}$

$\frac{(2\pi-6)^2}{2} + \frac{64}{\pi^2}\sum_{k\geq 0}\frac{1}{(2k+1)^4}$ (0,5)

$\frac{4}{2\pi}\int_0^{\pi}(2x-3)^2\,dx = \frac{2}{2\pi}\int_0^{\pi}2(2x-3)^2\,dx$

$= \frac{1}{\pi}\left[\frac{(2x-3)^3}{3}\right]_0^{\pi} =$

$= \frac{1}{3\pi}\left[(2\pi-3)^3 - (-3)^3\right]$ (1)

$= \frac{1}{3}(8\pi^2 - 36\pi + 54)$ (0,25)

$\frac{(2\pi-6)^2}{2} + \frac{64}{\pi^2}\sum_{k\geq 0}\frac{1}{(2k+1)^4} = \frac{8\pi^2}{3} - 12\pi + 18$

$\Rightarrow \boxed{\sum_{k\geq 0}\frac{1}{(2k+1)^4} = \frac{\pi^4}{96}}$ (0,25)

$$\begin{cases} y'' + 4y = 2t \\ y(0) = 1;\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

$\mathcal{L}(y(t)) = Y(s)$ 0,5

$\mathcal{L}(y''(t)) = s^2 Y(s) - s\,y(0) - y'(0) = s^2 Y(s) - s$ 0,5

$\mathcal{L}(y'') + 4\mathcal{L}(y) = 2\mathcal{L}(t)$ 0,25

$s^2 Y(s) - s + 4\,Y(s) = \frac{2}{s^2}$ $\longleftrightarrow$ 0,25

$Y(s)(s^2+4) = \frac{2}{s^2} + s$ 0,25

$Y(s)(s^2+4) = \frac{2+s^3}{s^2}$ 0,25

$Y(s) = \frac{2+s^3}{s^2(s^2+4)}$ $\Rightarrow$ $y(t) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{2+s^3}{s^2(s^2+4)}\right)$

0,25 0,25

$Y(s) = \frac{a}{s} + \frac{b}{s^2} + \frac{cs+d}{s^2+4}$ 0,25

$$\begin{cases} a + c = 1 \\ b + d = 0 \\ 4a = 0 \\ 4b = 2 \end{cases}$$ 0,5

$$\begin{cases} c = 1 \\ d = -1/2 \\ a = 0 \\ b = 1/2 \end{cases}$$ 0,5

$Y(s) = \frac{1}{2}\frac{1}{s^2} + \frac{s - 1/2}{s^2+4}$ 0,25

$= \frac{1}{2}\frac{1}{s^2} + \frac{s}{s^2+4} - \frac{1}{2}\frac{1}{s^2+4}$ 0,5

$= \frac{1}{2}\frac{1}{s^2} + \frac{s}{s^2+2^2} - \frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{2}{s^2+2^2}$ 0,25

$y(t) = \frac{1}{2}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^2}\right) + \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2+2^2}\right) - \frac{1}{4}\left(\frac{2}{s^2+2^2}\right)$ 0,5

$y(t) = \frac{1}{2}t + \cos(2t) - \frac{1}{4}\sin(2t)$

0,25 0,25 0,25

2019 / 9 / 30

جامعة قسنطينة 01

معهد العلوم والتكنولوجيا

المدة: 1 ساو 30 د

LMD, ST_2

الإمتحان الإستدراكي في مقياس: Maths04

التمرين 01: لتكن الدالة المركبة f حيث:

$$f(z) = \frac{1}{(z-2)(z+4)}$$

- أنشر الدالة f في سلسلة تايلور جوار $z_0 = 0$.

التمرين 02: أحسب:

$$I = \oint_{\gamma} \frac{e^z}{(z-2)(z+1)}\, dz$$

على المسار: $\gamma : |z| = 3$

التمرين 03: لتكن الدالة المركبة f:

$$f(z) = z^2 + 13z + 6$$

1. أكتب الدالة f على الشكل: $f(z) = u(x,y) + i\, v(x,y)$
2. بين أن الدالة f هولومورفية (تحليلية).
3. أحسب $\int_{\gamma} f(z)\, dz$ حيث γ خط منكسر من $A(0,1)$ إلى $B(1,1)$ ومن $B(1,1)$ إلى $C(1,2)$.
4. سؤال نظري: عرف الميدان البسيط الترابط.

بالتوفيق

Maths04 التصحيح النموذجي لامتحان

استدراك

التمرين 01 : 8pt

$$f(z) = \frac{1}{(z-2)(z+4)}$$

① مجموعة التعريف :

$$D_f = \mathbb{C} - \{2, -4\} \quad 0,5$$

② اختيار نصف القطر R (إيجاد القرص)

$$\begin{cases} |z-0| = |2| = 2 \\ |z-0| = |-4| = 4 \end{cases}$$

$$0,5 \quad R = \min(2,4) = 2$$

$$\Leftrightarrow R = 2$$

f تحليلية في القرص $|z| < 2$ ومنه f تقبل النشر في سلسلة تايلور حول $z_0 = 0$. $0,5$

- تفكيك الدالة :

$$f(z) = \frac{1}{(z-2)(z+4)} = \frac{A}{z-2} + \frac{B}{z+4}$$

$$\boxed{A = \frac{1}{6}, \quad B = -\frac{1}{6}} \quad 0,5$$

$$\Leftrightarrow f(z) = \frac{1}{6}\left[\frac{1}{z-2} - \frac{1}{z+4}\right] \quad 0,5$$

- نشر $\frac{1}{z-2}$

$$1pt \qquad \frac{1}{z-2} = \frac{1}{-2(1-\frac{z}{2})} = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1-\frac{z}{2}}\right)$$

نضع ، $T = \frac{z}{2}$ ؛ شروط أن $|\frac{z}{2}| < 1$

$$\text{On a : } |z| < 2 \Leftrightarrow \left|\frac{z}{2}\right| < 1 \quad 0,5$$

$$\frac{1}{z-2} = -\frac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{z}{2}\right)^n, \quad \left|\frac{z}{2}\right|<1$$

$$\boxed{\frac{4}{z-2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{-1}{2^{n+1}} z^n, \quad |z|<2} \quad 1pt$$

نشر : $\frac{1}{z+4}$

$$\frac{1}{z+4} = \frac{1}{4\left(1+\frac{z}{4}\right)} = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{1+\frac{z}{4}}\right) \quad 1pt$$

نضع : $T = \frac{z}{4}$ و نفرض أن $\left|\frac{z}{4}\right|<1$

on a ; $|z|<2 \Rightarrow \left|\frac{z}{4}\right| < \frac{2}{4} < 1$ 0,5

$$\Rightarrow \frac{1}{z+4} = \frac{1}{4}\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{z}{4}\right)^n, \quad \left|\frac{z}{4}\right|<1$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{z+4} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{4^{n+1}} z^n, \quad |z|<4} \quad 1pt$$

و منه

$$f(z) = \frac{1}{6}\left[\sum_{n=0}^{\infty}\frac{-1}{2^{n+1}} z^n - \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{4^{n+1}} z^n\right].$$

$$\boxed{f(z) = \sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{-1}{6\cdot 2^{n+1}} - \frac{(-1)^n}{6\cdot 4^{n+1}}\right) z^n, \quad |z|<2} \quad 0,5$$

التمرين 4 : (04) ن

$$I = \oint_{\gamma} \frac{e^{z}}{(z-2)(z+1)}\, dz$$

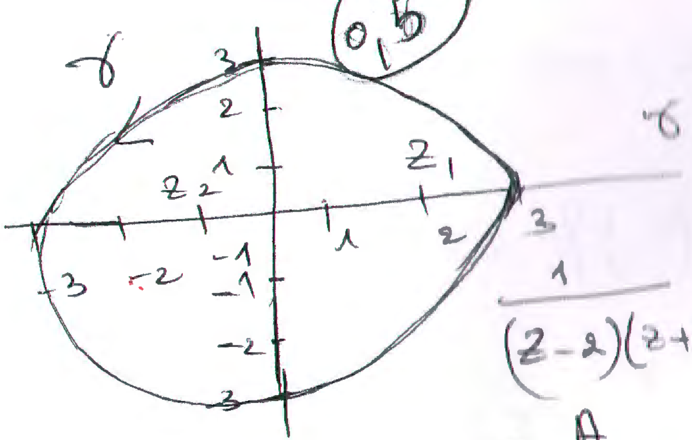
(1)

$$D_f = \mathbb{C} - \{2, -1\} \quad 0{,}5$$

دائرة مركزها 0 ونصف قطرها

$\gamma : |z| = 3$ $\quad$ $R = 3$

0,5



$$\begin{cases} z_1 = 2 \\ z_2 = -1 \end{cases}$$ نقطتان داخل المنحنى γ 0,5

في هذه الحالة نفكك الدالة $\dfrac{1}{(z-2)(z+1)}$

$$\frac{1}{(z-2)(z+1)} = \frac{A}{z-2} + \frac{B}{z+1}$$

$$\boxed{A = \frac{1}{3} \quad , \quad B = -\frac{1}{3}} \quad 0{,}5$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{(z-2)(z+1)} = \frac{1}{3}\left[\frac{1}{z-2} - \frac{1}{z+1}\right]$$

$$\Leftrightarrow I = \oint_{\gamma} \frac{e^{z}}{(z-2)(z+1)}\, dz = \frac{1}{3}\left[\underbrace{\oint_{\gamma} \frac{e^{z}}{z-2}\, dz}_{I_1} - \underbrace{\oint \frac{e^{z}}{z+1}\, dz}_{I_2}\right] \quad 0{,}5$$

حساب I_1 :

$$I_1 = \oint_{\gamma} \frac{e^{z}}{z-2}\, dz = \oint \frac{f(z)}{(z-z_1)^{n+1}}\, dz = \frac{2\pi i}{n!} f^{(n)}(z_1)$$

f تحليلية داخل γ وعلى حده $\quad 0{,}5$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(z) = e^{z} & 0{,}5 \\ n+1 = 1 \Leftrightarrow n = 0 & 0{,}5 \end{cases}$$

حسب صيغة تكامل كوشي

$$I_1 = \frac{2\pi i}{0!} f^{(0)}(2) = 2\pi i\, f(2) = 2\pi i\, e^2 \quad 0,5$$

حساب I_2 ؛

$$I_2 = \oint \frac{e^z}{z+1}\,dz = \oint \frac{f(z)}{(z-z_2)^{n+1}}\,dz = \frac{2\pi i}{n!} f^{(n)}(z_2)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(z) = e^z \Leftarrow \text{تحليلية داخل } \gamma \text{ وعلى حدّه} \\ n+1 = 1 \Leftrightarrow n = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow I_2 = 2\pi i\, f(-1) = 2\pi i\, e^{-1} \quad 0,5$$

$$\Leftrightarrow I = \frac{1}{3}\left[2\pi i\, e^2 - 2\pi i\, e^{-1}\right]$$

$$\boxed{I = \frac{2\pi i}{3}\left(e^2 - e^{-1}\right)} \quad 1\,pt$$

$$f(z) = z^2 + 13z + 6$$

$$= (x+iy)^2 + 13(x+iy) + 6 \quad 0{,}5$$

$$= x^2 - y^2 + 2ixy + 13x + 13iy + 6$$

$$= x^2 - y^2 + 13x + 6 + i(2xy + 13y)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u(x,y) = x^2 - y^2 + 13x + 6 & 0{,}5 \\ v(x,y) = 2xy + 13y & 0{,}5 \end{cases}$$

(2) تكون الدالة f هولومورفية إذا كان:
- u و v قابلان للاشتقاق
- معادلتي كوشي ريمان محققة

- نلاحظ أن u و v قابلان للاشتقاق $0{,}25$

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} & \text{--- (1)} \\ \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x} & \text{--- (2)} \end{cases}$$

$0{,}5$ $\frac{\partial u}{\partial x} = 2x + 13$, $\frac{\partial v}{\partial y} = 2x + 13$ المعادلة (1) محققة

$0{,}5$ $\frac{\partial u}{\partial y} = -2y$, $\frac{\partial v}{\partial x} = 2y$ المعادلة (2) محققة

إذا الدالة f هولومورفية (تحليلية) $0{,}25$

$$\int_{\gamma} f(z)\,dz = \int_{\gamma} \left(u(x,y) + i\, v(x,y)\right)(dx + i\,dy) \quad ; \ dz = dx + i\,dy$$

$$= \int_{\gamma} \left((x^2 - y^2 + 13x + 6) + i\,(2xy + 13y) \right)(dx + i\,dy)$$

$$= \int_{\gamma} (x^2 - y^2 + 13x + 6)\,dx + i\,(x^2 - y^2 + 13x + 6)\,dy + i\,(2xy + 13y)\,dx - (2xy + 13y)\,dy$$

$$= \int_{\gamma} (x^2 - y^2 + 13x + 6)\,dx - (2xy + 13y)\,dy + i \int_{\gamma} (x^2 - y^2 + 13x + 6)\,dy + (2xy + 13y)\,dx$$

0,25

في القطعة $[AB]$:

0,5 $y = 1 \Rightarrow dy = 0$

$1 \geq x \geq 0$

$$I_1 = \int_0^1 (x^2 - 1 + 13x + 6)\,dx + i \int_0^1 (2x(1) + 13(1))\,dx$$

$$= \int_0^1 (x^2 + 13x + 5)\,dx + i \int_0^1 (2x + 13)\,dx$$

$$\boxed{I_1 = \frac{71}{6} + 14i}$$ 0,25

في القطعة $[BC]$:

0,5 $x = 1 \Rightarrow dx = 0$

$2 \geq y \geq 1$

6

$$I_2 = \int_1^2 (2y + 13y)\,dy + i \int_1^2 (1 - y^2 + 13 + 6)\,dy$$

$$= -\int_1^2 15y\,dy + i \int_1^2 (-y^2 + 20)\,dy$$

$$\boxed{I_2 = \frac{-45}{2} + i\,\frac{53}{3}} \quad 0{,}25$$

ومنه التكامل على الخط المتكسر هو:

$$I = I_1 + I_2 = \frac{71}{6} + 14i - \frac{45}{2} + i\,\frac{53}{3} = \cancel{\frac{2678}{20}} \cancel{+ i\,\frac{95}{2}}$$

$$\boxed{\cancel{I = \frac{2678}{20} + i\,\frac{95}{2}}} \quad 0{,}25$$

4) الميدان البسيط الترابط: 1pt

LMD, ST2 — جامعة منتوري، قسنطينة

Avril 2019

استدراك: إحصاء - احتمالات

تمرين 1: (11)

لمعرفة العلاقة بين درجة الحرارة وعدد هزات أجنحة طائر معين، اجريت دراسة احصائية وكانت النتائج كالتالي:

X_i	15	17	20	21	23	24	27	28
Y_i	13,5	14,1	14,5	14,4	16,3	15,5	17,1	17,8

1- ارسم سحابة النقط، ماذا تلاحظ؟، ماذا تستنتج؟. اعط إشارة r.

2- احسب معامل الارتباط الخطي r.

3- عين معادلة مستقيم تسوية Y بدلالة X، ثم ارسمه مع سحابة النقط.

4- إذا زادت قيمة X بـ 3 كم تزداد قيمة Y؟

5- كيف تكون وضعية مستقيمي التسوية في هذه الدراسة؟

تمرين 2: (3)

الجدول التالي يمثل النتائج الممكنة واحتمالاتها لرمي نرد مزور:

F_i	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6
$P(F_i)$	$1/12$	a	$2/12$	b	$5/12$	c

1- ماهي الشروط التي تحققها a، b، c حتى تكون P احتمالا؟.

2- نفرض أن $c=2b$، $b=3a$، استنتج قيمة a، b، c

تمرين 3: (6)

احتمال إصابة علي بمرض هو 0,5 واحتمال إصابة سعاد بنفس المرض هو 0,7 واحتمال إصابة أحدهما على الأقل هو 0,8.

1- هل الحدثان متنافيان؟، مستقلان؟.

2- احسب احتمال إصابة علي فقط.

3- إذا أصيبت سعاد بالمرض، ما هو احتمال أن يصاب علي كذلك؟

4- ماهو احتمال إصابة سعاد بالمرض علما أن علي لم يصب بالمرض؟

تصحيح استدراك احصاء - احتمالات

تمرين 1: 11

X_i	Y_i	X_i^2	Y_i^2	X_iY_i
15	13,5	225	182,25	202,5
17	14,1	289	198,81	239,7
20	14,5	400	210,25	290
21	14,4	441	207,36	302,4
23	16,3	529	265,69	374,9
24	15,5	576	240,25	372
27	17,1	729	292,41	461,7
28	17,8	784	316,84	498,4
Σ 175	123,2	3973	1913,86	2741,6

1,5

0,5 نلاحظ أن نقاط السحابة تقريبا على نفس الاستقامة.

نستنتج أنه يوجد ارتباط خطي قوي بين X و Y. 0,5

$N=8$ 0,25

$$\bar{X} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{8} X_i = \frac{1}{8}(175) = \boxed{21,87}$$ 0,5

$$\bar{Y} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{8} Y_i = \frac{1}{8}(123,2) = \boxed{15,4}$$ 0,5

$$Var(X) = \frac{1}{N}\sum X_i^2 - \bar{X}^2$$

$$= \frac{1}{8}(3973) - (21,875)^2$$

$$= \boxed{18,41}$$ 0,5

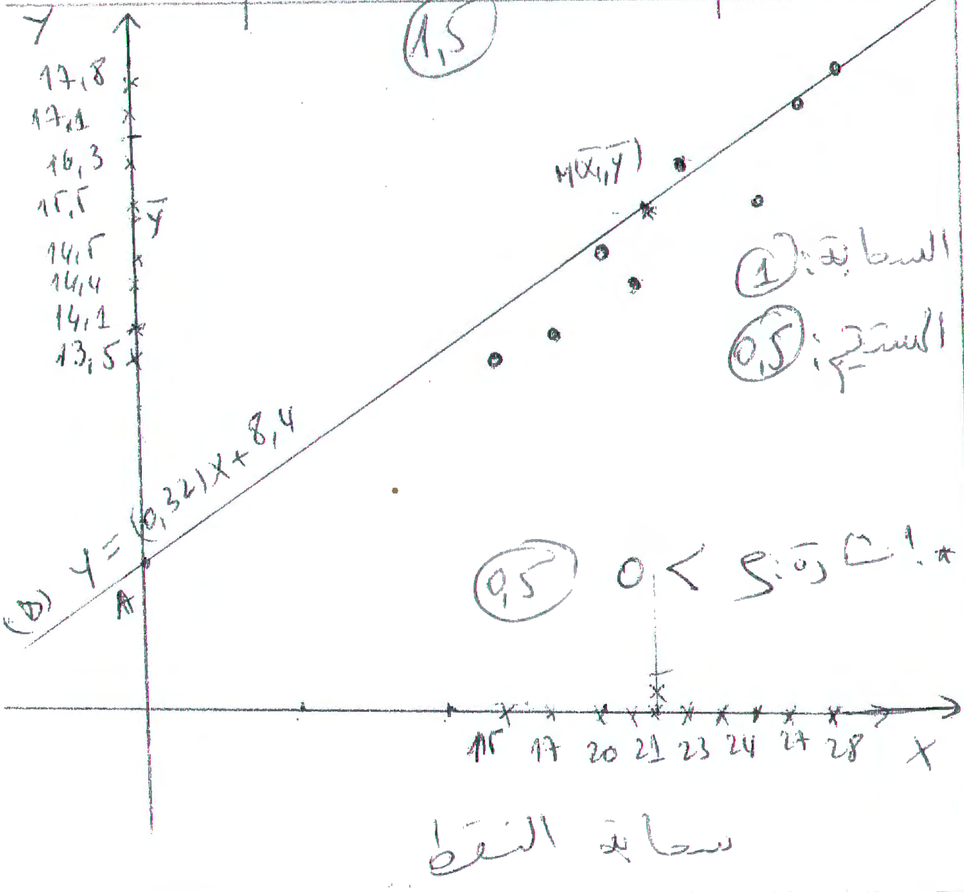
$$\Rightarrow \sigma_X = \sqrt{Var(X)} = \boxed{4,25}$$ 0,25

$$Var(Y) = \frac{1}{N}\sum Y_i^2 - \bar{Y}^2$$

$$= \frac{1}{8}(1913,86) - (15,4)^2$$

$$= \boxed{2,07}$$ 0,5

$$\Rightarrow \sigma_Y = \sqrt{Var(Y)} = \boxed{1,44}$$ 0,25



سحابة النقط

$$Cov(X,Y) = \frac{1}{N}\sum X_iY_i - \bar{X}\bar{Y} = \boxed{5,825}$$ 0,5

$$\rho(X,Y) = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{5,825}{(4,25)(1,44)} = \boxed{0,95 \simeq 1}$$ 0,5

معادلة مستقيم تسوية Y بدلالة X

$Y = aX + b$ (0,25)

$a = \dfrac{Cov(X,Y)}{Var(X)} = \boxed{0,32}$, $b = \bar{Y} - a\bar{X} = \boxed{8,4}$ (0,25)

$(D): \boxed{Y = (0,32)X + 8,4}$ (0,25)

لرسم (Δ): نأخذ النقطتين

$A(0, 8,4)$ ، $M(\bar{X}, \bar{Y})$

$x = X + 3$, $y = ?$ $\quad y = 0,32(X+3) + 8,4 = (0,32X + 8,4) + 0,96$

$\Rightarrow \boxed{y = Y + 0,96}$ (1)

إذن إذا زادت X بـ 3 فإن Y تزداد بـ 0,96

بما أنه يوجد ارتباط خطي قوي بين X ، Y فإن مستقيمي التسوية يكونان تقريبا منطبقين (1)

تمرين 2:

1) $\begin{cases} 0 \le a, b, c \le 1 \\ \frac{1}{12} + a + \frac{2}{12} + b + \frac{5}{12} + c = 1 \end{cases}$ (1) $\Rightarrow \begin{cases} 0 \le a, b, c \le 1 \\ a + b + c = \frac{4}{12} \end{cases}$ (0,5)

2) $b = 3a$, $c = 2b$; $a + 3a + 6a = 10a = \frac{4}{12} \Rightarrow a = \frac{4}{120} = \frac{1}{30}$ (0,5)

$b = 3a = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$ (0,5) $\quad c = 2b = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ (0,5)

تمرين 3:

A "إصابة علي بالمرض" $P(A) = 0,5$

B " سعاد بالمرض" $P(B) = 0,7$ ، $P(A \cup B) = 0,8$ (0,5)

1) $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0,5 + 0,7 - 0,8 = \boxed{0,4}$ (0,5)

2) لدينا: $P(A \cap B) \neq 0 \Rightarrow A \cap B \neq \emptyset \Rightarrow$ A ، B غير متنافيين (1)

و $P(A)P(B) = 0,35$; $P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) \Rightarrow$ A ، B غير مستقلين (1)

3) $P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0,5 - 0,4 = \boxed{0,1}$ (0,5) (0,5)

4) $P(A/B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{0,4}{0,7} = 0,57$ (0,5) (0,5)

5) $P(B/\bar{A}) = \dfrac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \dfrac{P(B) - P(B \cap A)}{1 - P(A)} = \dfrac{0,7 - 0,4}{1 - 0,5} = \dfrac{0,3}{0,5} = \boxed{0,6}$ (0,5) (0,5)